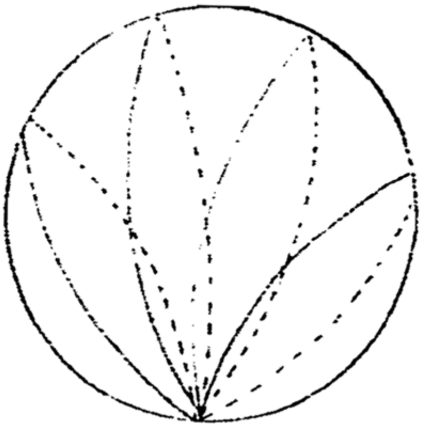
812. Homologiegruppe ト isomorph ナ Homotopiegruppe ヲ持ツ Komplex ニ就テノ訂正，其外

小松 醇郎（阪大）

(i) 前談話 809 ノ定理ニ於テ脚註(4) ハ當ッテ居マセンカラ以下ノ如ク訂正シマス。

$(r+3)$ 次元 Vollkugel ノ表面デアル所ノ $(r+2)$ 次元球面ヲ圖ノ如ク p_j 個ニ分割シ各境界線（$r+1$ 次元球面）ヲ凡テ一點ニ identify スル。次ニ生ズル p_j 個ノ $(r+2)$ 次元球面ヲ互ニ identify シテ一個ノ球面トスル。



Identifizieren ハ表面ダケデ，Vollkugel ノ内部ハソノマヽ。斯クシテ生ズル Komplex $\bar{K}^{r+3}$ デハ $(r+2)$ 次元球面 Z^{r+2} ハ p_j 回加ヘレバ始メテ homotop Null. ソノ p_j 個ノ加法ハ丁度 Homotopiegruppe

$\pi^{r+2}(K^n)$ ノ元ノ加法ニ一致スル。

前説話ノ脚註ノヤリ方デハ之レガ一致シナイ。且ツ又 $\overline{K}^{r+3}$ ニ, 余計ナ一次元 Zyklus ガ生ジソノ Ordnung p_j トナル。

(ii) 前説話ニ傍線ヲ附シタ問題, コレハ否定サレル。即チ Homologiegruppe ト Homotopiegruppe ト isomorph（次元 0 カラ n 迄）ナ Komplex ノ Zyklus ハ Sphärisch トハ限ラナイ。

甚ダ trivial ナ例ガ出来ル。例ヘバ S^n デ異ナル二点, 北極ト南極ト, identify シタ Komplex ヲ考ヘレバヨイ。従ッテ前ノ定理ハ trivial デハナイ。

(iii) S^{r+1} カラ S^r $(r>1)$ ヘ wesentlich ナ連続変換ガ存在スル。S^r ヲ Z^r ニシタトキ wesentlich ナ連続変換ガ存在スルタメノ必要且ツ十分ナ條件ハ何カ。一ツノ充分條件ハ次ノ定理デ與ヘラレル。

<u>定理</u>. r 次元 Zyklus Z^r ガ S^r カラ Grad 1 ノ連続変換ヲ受ケル。シカラバ S^{r+1} カラ Z^r ヘ wesentlich ナ連続変換ガ存在スル（S^{r+2} カラモ同様）。

<u>Beweis</u>

S^{r+1} カラ S^r ヘノ wesentlich ナ連続変換ヲ φ トスル。S^r カラ Z^r ヘノ Grad 1 ノ連続変換ヲ f トスル。然ラバ $f\varphi : S^{r+1} \longrightarrow Z^r$ ハ wesentlich デアル。若シ Wesentlich デナイトスルナラバ $S^{r+1} \longrightarrow Z^r$ ノ連続変換ノ Schar ψ_t $(0 \leqq t \leqq 1)$ ガ存在シ

$$\psi_0 \quad = f\varphi$$

$$\psi_1 \quad = \text{Konstante Abbildung}.$$

ヲ充ス。

今 $Z^r \longrightarrow S^r$ ヘ grad 1 ノ連続変換ヲ g トスレバ

$$g\psi_t : S^{r+1} \longrightarrow S^r$$

$$g\psi_0 \quad = gf\varphi$$

$$g\psi_1 \quad = \text{Konstante Abbildung } S^{r+1} \longrightarrow p(\text{一点}) \in S^r.$$

トナル。即チ $gf\varphi : S^{r+1} \longrightarrow S^r$ ナル連続変換ハ unwesentlich デアル。

gf ナル Abbildung ハ $S^r \longrightarrow S^r$ ヘノ grad 1 ノ連続変換，従ツテ Identität ト等シイ Abbildungsklasse ニアル。即チ identische Transformation $S^r \longrightarrow S^r$ ヲ I トスレバ連続変換ノ Schar θ_t $(0 \leqq t \leqq 1)$ ガ存在シ

$$\theta_t : \quad S^r \longrightarrow S^r.$$

$$\theta_0 \quad = I, \qquad \theta_0 \; = \; gf$$

ヲ充ス。従ツテ又 $S^{r-1} \longrightarrow S^r$ ヘノ連続変換ノ Schar $\theta_t\varphi$ ガ存在シ

$$\theta_0\varphi = I\varphi = \varphi$$

$$\theta_1\varphi = gf\varphi.$$

故ニ $gf\varphi$ ト φ トハ等シイ Abbildungsklasse ニアル。然ルニ前ハ $gf\varphi$ ハ unwesentlich デアッタ。φ ハ假定ニヨリ wesentlich ナ Abbildung デアッ

ス。此ノ矛盾ノ生ジタノハ $fg: S^{r+1} \to Z^r$ ガ unwesentlich トシタコトニヨル。　　— 以上 —

(iv)　S^m ガ K^{m+1} デ homotop 0 トスル。K^{m+1} ノ Q^n ノ中ヘノ連続変換 F ガ與ヘラレ F ニヨリ S^m ハ Zyklus $Z^p \in Q^n$ ニ wesentlich ニ移ッタトスル。而モ $Z^p \not\sim 0$ in Q^n ナルコトガ可能デアル。即チ homotop Null ノ Zyklus ガ $\not\sim 0$ ナル Zyklus ニ wesentlich ニ移ル例ガ出来ル。

以下ノ例ハ次元 $n = p+2$，$m = p+1$ デアル。$m = p$ ナラバ明カニ左様ナコトハアリ得ナイ。$n = p+1$ ノ場合，同様ナ例ガ出来ルカドウカ是ハ分ラナイ。

例. K^{m+1} トシテ S^m ヲ Rand トスル Vollkugel ヲ取ル。S^m カラ S^p $(p+1=m)$ ヘ wesentlich ナ abbildung ヲ f トスル。f ハ Simpliziale abbildung トスル。然ラバ一般ニ S^p ノ一点 x ノ Urbild ハ一次元 Zyklus。今ソノ Zyklus ノ中デ Zusammenhängend ナモノニ分ケレバ

$$f^{-1}(x) = Z_1' + Z_2' + \cdots + Z_n'$$

此ノ Z_i' ヲ夫々一点 y_i (in S^m) ト考ヘル。コレヲ S^p ノ凡ベテノ点ノ Urbild ニツキ行フ。即チ一点ノ Urbild デ Zusammenhängend ノ部分ヲ identifizieren スル，生ズルモノハ p次元 Pseudomannigfaltigkeit. Z^p. (証略)。

$S^{m+1} \longrightarrow Z^p$ ナル連続変換ヲ g トスレバ，コレハ

wesentlich.

$\because$ $S^{m+1} \xrightarrow{g} Z^p \xrightarrow{f'} S^p$, 但シ $f'g = f$ トスル

f'. ハ wesentlich (作圖). 之カラ g ノ wesentlich

ハ(iii)ト同様ニ言ヘル。

今 K^{m+1} デ Rand ノ S^m ヲカ様ナ identifigieren

シテ生ズル Komplex ヲ Q^{m+1} トスル。求ムル $K^{m+1} \longrightarrow$

Q^{m+1} ノ連續變換 I ハ，表面ハ $S^m \xrightarrow{g} Z^p$ ナル對應。

内部ハ K^{m+1} ト Q^{m+1} ト homeomorph ダカラ元ノ

マヽノ identisch ノ對應 I デ宜シイ．結局証明スルコ

トハ

$$Z^p \neq 0 \quad in \quad Q^{m+1}$$

$$\dot{C}^m\ (p+1 = m) = Z^p \quad in \quad Q^{m+1}$$

トスル。

$C^m \in Q^{m+1}$.　故ニ同様ニ K^{m+1} ニモ存在スル。

從ツテ $\dot{C}^m$ (精シクハ $I^{-1}(C^m)^{\cdot}$) ハ $S^m \subset K^{m+1}$ ノ

中ニ存在スル．即チ Z^p ト homeomorph ナ Zyklus

$\dot{C}^m$ ガ S^m ノ中ニ存在スル。且ツソノ Zyklus $\dot{C}^m$ ハ

g ニヨリ $Z^p \in Q^{m+1}$ ニ wesentlich ニ移ツタ。然ル

ニ $\dot{C}^m \sim 0$ in S^m.

故ニ $S^m \xrightarrow{g} Z^p$ ニ於テ $\dot{C}^m$ ハ Z^p ニ grad 0 ニ

移ル筈。從ツテ unwesentlich ニ移ル (f' ヲ使ツテ

S^p ニマデ持ツテ行ケバ明カ)．此ノ矛盾ハ $Z^p \sim 0$ in

Q^{m+1} トシタコトニヨル。　—— 以上 ——